



## Trabajo Práctico 5: Ley generalizada de Hooke

### Ejercicio 1.

Un material elástico de módulo de elasticidad  $E$  y coeficiente de Poisson colma una cavidad cuadrada de lados  $2a$  y originariamente altura  $L$ , en un bloque rígido. Una tapa rígida se ubica sobre el material elástico y cuando una fuerza  $F_0$  actúa sobre ella se observa una disminución  $c$  en la altura. Calcular la magnitud de esta fuerza.

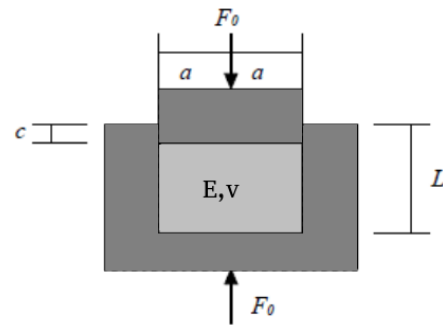


Figura 1: Ejercicio 1.

### Ejercicio 2.

Invertir la relaciones tensión-deformación-temperatura para obtener las tensiones en función de las deformaciones.

### Ejercicio 3.

Las tensiones en una placa delgada de acero bajo un estado de tensión plano son:  $\sigma_x = 13000$  psi,  $\sigma_y = -7000$  psi y  $\tau_{xy} = 8000$  psi. Encontrar la magnitud y orientación de las deformaciones principales en el plano de la placa y la magnitud de la otra (perpendicular a este plano). Dibujar los círculos de Mohr.

### Ejercicio 4.

Un tanque cilíndrico largo de pared delgada tiene un radio  $r$  y un espesor de pared  $t$ . El tanque está cerrado en sus extremos y tiene un *strain gage* montado en la superficie externa en la dirección paralela al eje axial del tan-

que. Cuando actúa una presión en el tanque el *strain gage* mide una deformación  $\varepsilon_0$ . Encuentre la presión en el tanque en función de estos datos.

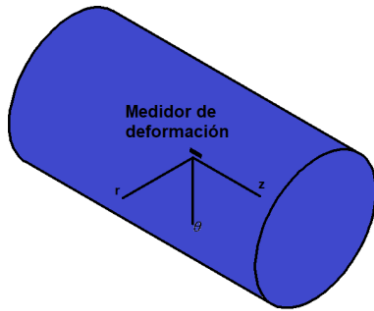


Figura 2: Ejercicio 4.

### Ejercicio 5.

Un tubo de aluminio tiene una longitud de 60 m a una temperatura de  $10^{\circ}\text{C}$ . Un tubo adyacente de acero a la misma temperatura es 5 mm más largo que el de aluminio. ¿A qué temperatura (grados Celsius) será el tubo de aluminio 15 mm más largo que el de acero? (Suponga que los coeficientes de dilatación térmica del aluminio y el acero son  $\alpha_a = 23 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$  y  $\alpha_s = 12 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$  respectivamente.)

### Ejercicio 6.

Una barra rígida con peso  $W = 750$  lb cuelga de tres alambres igualmente espaciados, dos de acero y uno de aluminio (consulte la figura). El diámetro de los alambres es  $1/8$  pulg. Antes de aplicar la carga los tres alambres tenían la misma longitud. ¿Qué aumento de temperatura  $\Delta T$  en los tres alambres dará como resultado que toda la carga la soporten los alambres de acero? (Suponga  $E_s = 30 \times 10^6$  psi,  $\alpha_s = 6.5 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{F}$  y  $\alpha_a = 12 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{F}$ )

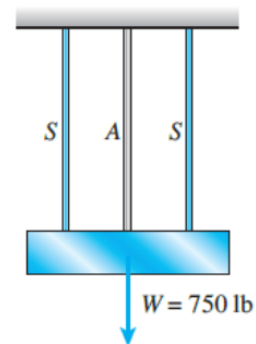


Figura 3: Ejercicio 6.

### Ejercicio 7.

Un manguito de latón  $S$  está ajustado sobre un perno de acero  $B$  (consulte la figura) y la tuerca se aprieta sólo hasta que está firme. El perno tiene un diámetro  $d_B = 25$  mm y el manguito tiene diámetros interior y exterior  $d_1 = 26$  mm y  $d_2 = 36$  mm, respectivamente. Calcule el aumento de temperatura  $\Delta T$  necesario para producir un esfuerzo de compresión de 25 MPa en el manguito. (Use las siguientes propiedades del material: para el manguito,  $\alpha_S = 21 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$  y  $E_S = 100$  GPa; para el perno,  $\alpha_b = 10 \times 10^{-6}/^{\circ}\text{C}$  y  $E_b = 200$  GPa.)

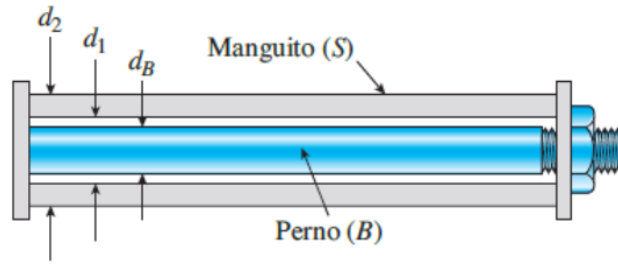


Figura 4: Ejercicio 7.

### Ejercicio 8.

Una barra rígida  $ABCD$  está articulada en el extremo  $A$  y soportada por dos cables en los puntos  $B$  y  $C$  (consulte la figura). El cable en  $B$  tiene un diámetro nominal  $d_B = 12$  mm y el cable en  $C$  tiene un diámetro nominal  $d_C = 20$  mm. Una carga  $P$  actúa en el extremo  $D$  de la barra. ¿Cuál es la carga permisible  $P$  si la temperatura aumenta en  $60^\circ\text{C}$  y se requiere que cada cable tenga un factor de seguridad de al menos 5 contra su carga última? (Nota: los cables tienen módulos de elasticidad efectivos  $E = 140$  GPa y el coeficiente de

dilatación térmica  $\alpha = 12 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$ .

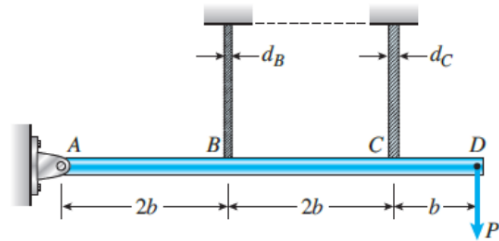


Figura 5: Ejercicio 8.

### Ejercicio 9.

Las tensiones en una placa de acero plana en una condición de tensión plana son:  $\sigma_x = 130$  MPa;  $\sigma_y = -70$  MPa;  $\tau_{xy} = 80$  MPa.

Encuentre la magnitud y la orientación de las deformaciones principales en el plano de la placa. Encuentre también las magnitudes de la tercera deformación principal (perpendicular al plano de la placa).

### Ejercicio 10.

La placa de acero es cargada en el plano  $xy$ .  $\sigma_x = 145\text{MN}/\text{m}^2$ ;  $\tau_{xy} = 42\text{MN}/\text{m}^2$ ;  $\epsilon_z = 3.6 \times 10^{-6}$ ;

¿Cuál es el valor de la tensión  $\sigma_y$  ?

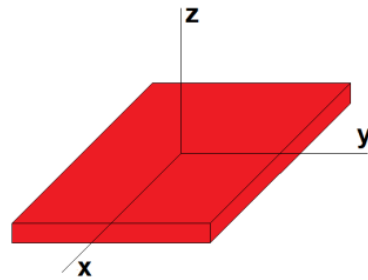


Figura 6: Ejercicio 10.

## Ejercicio 11.

Las deformaciones principales en el plano de una placa de aluminio que es cargada en este plano son:  $\epsilon_1 = 3.2 \times 10^{-4}$ ,  $\epsilon_2 = -5.4 \times 10^{-4}$

Encuentre las tensiones  $\sigma_x$ ,  $\sigma_y$ ,  $\tau_{xy}$ , donde los ejes  $x$  e  $y$  están ubicados como indica la figura.

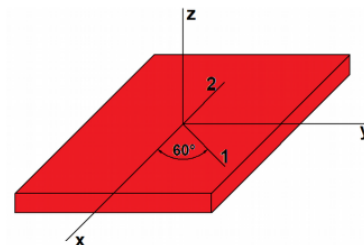


Figura 7: Ejercicio 11.

## Ejercicio 12.

Deje que  $A_0$  sea el área original de una muestra de prueba de tracción y deje  $A$  que sea el valor en algún momento durante una prueba. Si la prueba ha progresado hasta un punto donde las deformaciones elásticas pueden descuidarse en comparación con las deformaciones plásticas, demuestre que la reducción del área de la muestra está dada por:

$$\text{Reducción del área} = \frac{A_0 - A}{A_0} = 1 - e^{\epsilon_x - x}$$

Donde  $\epsilon_x$  es la verdadera deformación y  $e$  es la base del logaritmo natural.

## Ejercicio 13.

Una hoja de metal en forma de círculo tiene un pequeño agujero circular cortado, como se indica en la figura. Si la lámina está inicialmente libre de tensiones y no está restringida de ninguna manera, ¿qué forma general asumirán los límites circulares originales si la lámina se calienta uniformemente a una temperatura  $T$  por encima de su temperatura original.

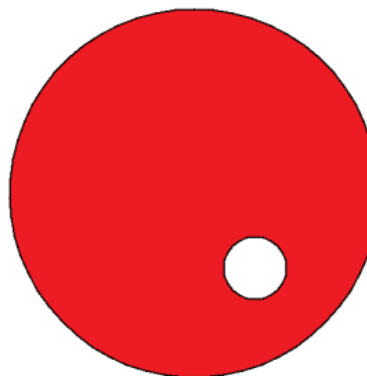


Figura 8: Ejercicio 13.

## Ejercicio 14.

Un pequeño recipiente de presión experimental está formado por un cilindro de latón de 220 mm de largo, 152 mm de diámetro y 1.6 mm de espesor de pared y dos placas de acero de 12.7 mm de espesor sujetas por tres pasadores de acero de 6.35 mm de diámetro a una brida de 177.8 mm de diámetro. El recipiente se monta con las tuercas bien ajustadas en los tres pasadores y después cada tuerca se aprieta media vuelta adicional. Calcular la presión interior a la que el recipiente tiene fugas con toda seguridad.

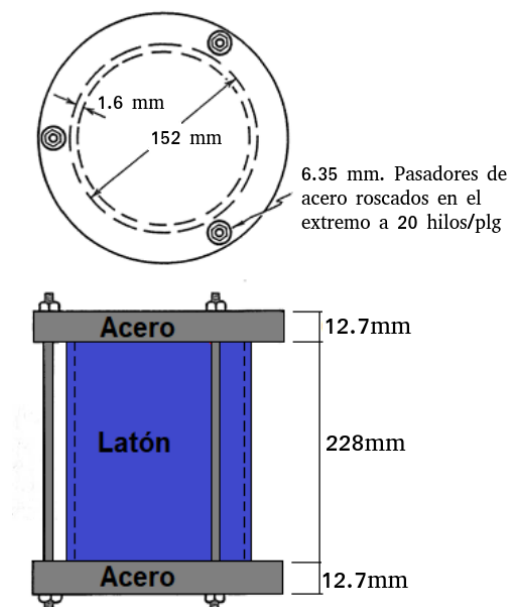


Figura 9: Ejercicio 14.

## Ejercicio 15.

Si una placa de acero está revestida con una fina capa de aluminio blando en ambos lados, ¿qué tan caliente puede calentarse el conjunto sin provocar un flujo plástico? Suponga que el aluminio no se desliza sobre el acero y que las curvas de tensión-deformación son independientes de la temperatura.

## Ejercicio 16.

Un tanque cilíndrico de pared larga y delgada de longitud  $L$  simplemente se ajusta entre dos paredes extremas rígidas cuando no hay presión en el tanque. Estime la fuerza ejercida sobre las paredes rígidas por el tanque cuando la presión en el tanque es  $p$  y el material del cual está hecho el tanque sigue la ley de Hooke.

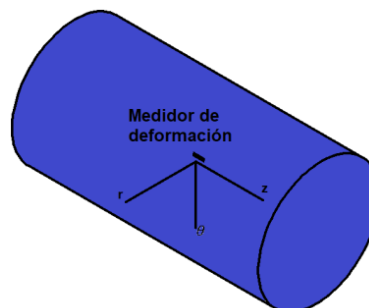


Figura 10: Ejercicio 16.

## Ejercicio 17.

Encuentre las expresiones para los desplazamientos elásticos en una barra uniforme bajo carga de tracción. Demuestre que su solución satisface las 15 ecuaciones de la teoría de la elasticidad.

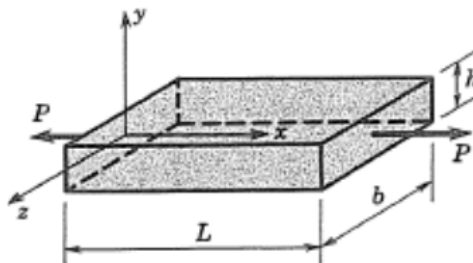


Figura 11: Ejercicio 17.

## Ejercicio 18.

Si la placa revestida del problema anterior se calienta  $50^{\circ}\text{C}$  por encima de la temperatura que inicia la fluencia y luego se enfría, ¿cuál es el estado resultante de tensión y deformación? Suponga que la placa revestida no tenía estrías antes de calentarla.

## Ejercicio 19.

Un cuerpo está unido al techo a través de dos tirantes en ángulo a la vertical, como se muestra en el dibujo. Los tirantes están hechos de acero laminado en frío con límite elástico  $Y$ , y cada uno tiene un área  $A$ .

- ¿Cuál es la carga a la que ambas varillas se vuelven plásticas, para que comience la deformación plástica a gran escala?
- ¿Cuánto aumentaría esta carga si se añadiera una tercera barra del área  $A$ , como se muestra en la línea de puntos?
- ¿Cuál es la relación de deflexión de carga cuando las deflexiones son elásticas en las tres barras? Sugerencia: Para la supuesta desviación vertical  $d$ , encuentre la carga transportada por el par de barras diagonales y por el puntal vertical por separado, y luego sume para obtener la carga total en función de la desviación.

- Si el marco de tres miembros está cargado hasta que las tres barras se vuelvan completamente de plástico, y la carga se libere, encuentre la tensión residual en la barra central. ¿Qué resultado espera para los casos extremos de  $\theta = 0$  y  $\theta = \pi/2$ ? ¿Su análisis da esto?

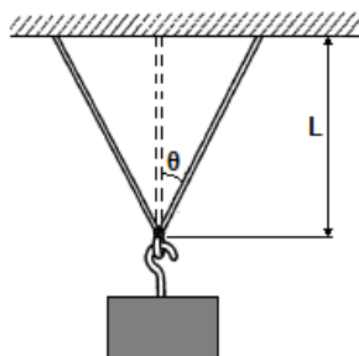


Figura 12: Ejercicio 19.

## Ejercicio 20.

En la solución para el desplazamiento  $u(r)$  en un cilindro de pared gruesa, evalúe las constantes de integración  $A$  y  $B$  a partir de las condiciones de contorno para obtener una expresión del desplazamiento en términos de las presiones externa e interna.

## Ejercicio 21.

Una tubería de acero es sostenida por dos soportes fijos en la figura. Cuando se montó, la temperatura de la tubería fue de  $20^\circ\text{C}$ . En uso, sin embargo, el fluido frío se mueve a través de la tubería, haciendo que se enfríe considerablemente. Si suponemos que la tubería tiene una temperatura uniforme de  $-15^\circ\text{C}$  y si consideramos que el coeficiente de expansión lineal es  $12 \times 10^{-6}/^\circ\text{C}$  para este rango de temperatura, determine el estado de los tubos y la tensión en la parte central de la tubería como resultado de este enfriamiento. Desprecie los efectos finales locales cerca de los soportes y descuide las fuerzas corporales y la presión del fluido y las fuerzas de arrastre.

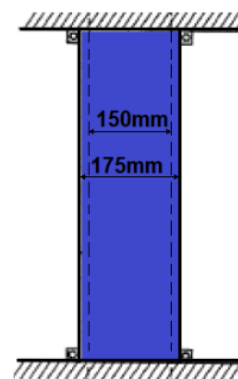


Figura 13: Ejercicio 21.

## Ejercicio 22.

Muestre que las tensiones  $\sigma_r$  y  $\sigma_\theta$  obtenidas para un cilindro de pared gruesa, se reducen en el caso  $p_0 = 0, p_i = p$  al resultado de un tubo de pared delgada a medida que  $t/r_i$  se vuelve pequeño. Grafique  $\sigma_r$  y  $\sigma_\theta$  para  $t/r_i = 0.05$  de la solución exacta y de la aproximación del tubo de pared delgada.

## Ejercicio 23.

Una placa circular (o cilindro de corte) de radio exterior  $a$  tiene un pequeño orificio central de radio  $c$ , donde  $c \ll a$ . La placa se somete a una presión externa  $p$  y una fuerza axial  $F$ .

- Calcule el esfuerzo normal máximo existente en la placa en el límite como es decir, a medida que el orificio se vuelve de tamaño microscópico.
- Calcule la relación entre el esfuerzo máximo y la deformación máxima que existiría en una placa circular sólida de radio  $a$  cargada con una presión externa  $p$ .

Esta relación proporciona el factor de concentración de tensión para un pequeño orificio en una placa que está sujeta a tensión hidrostática (igual en todas las direcciones) en el plano de la placa.

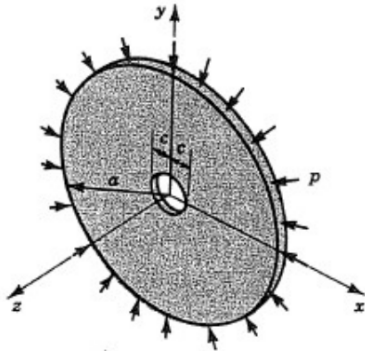


Figura 14: Ejercicio 23.

### Ejercicio 24.

Demuestre que la expresión de energía de deformación para un material isotrópico se puede escribir en términos de tensiones en la forma

$$U = \int \left[ \frac{1}{2E} (\sigma_x^2 + \sigma_y^2 + \sigma_z^2) - \frac{\nu}{E} (\sigma_x \sigma_y + \sigma_y \sigma_z + \sigma_z \sigma_x) + \frac{1}{2G} (\tau_{xy}^2 + \tau_{yz}^2 + \tau_{zx}^2) \right] dV$$

O en términos de deformación

$$U = \int \left\{ \frac{E(1-\nu)}{2(1+\nu)(1-2\nu)} (\epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z)^2 - \frac{E}{1+\nu} \left[ (\epsilon_x \epsilon_y + \epsilon_y \epsilon_z + \epsilon_z \epsilon_x) - \frac{1}{4} (\gamma_{xy}^2 + \gamma_{yz}^2 + \gamma_{zx}^2) \right] \right\} dV$$